

Laboratorium 10 – Biblioteka scipy

1. Tłumienie fali optycznej propagującej się w kierunku z w ośrodku o współczynniku absorpcji α opisywane jest równaniem:

$$\frac{dI}{dz} = -\alpha I,$$

gdzie I – jest natężeniem światła.

Zakładając, że na wejściu do ośrodka ($z = 0$) natężenie $I(0) = I_0$, można wyznaczyć zależność $I(z)$ rozwiązując zagadnienie początkowe.

Zaimplementuj w Pythonie funkcję opisującą prawą stronę równania, tj. dI/dz . Używając funkcji `scipy.integrate.solve_ivp`, znajdź funkcję $I(z)$ na przedziale $[0, Z]$. Wykreśl otrzymane rozwiązanie $I(z)$. Porównaj wynik numeryczny z rozwiązaniem analitycznym $I(z) = I_0 \exp(-\alpha z)$.

2. Drgania harmoniczne opisywane są równaniem różniczkowym:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \omega^2 u = 0,$$

gdzie ω jest częstością kątową drgań. Zakładając, warunki początkowe $u(0) = u_0$ oraz $u'(0) = 0$, wyznacz zależności $u(t)$.

W tym celu: zredukuj równanie drugiego rzędu do układu równań rzędu pierwszego, używając funkcji `scipy.integrate.solve_ivp`, rozwiąż układ na przedziale $[0, T]$. Wykreśl $u(t)$ i sprawdź, czy przebieg czasowy zgadza się z rozwiązaniem analitycznym $u(t) = u_0 \cos(\omega t)$.

3. W optyce falowej często rozważa się równanie Helmholtza dla pola elektrycznego. W uproszczeniu jednowymiarowym ma ono postać:

$$\frac{d^2E}{dx^2} + k^2 E = 0,$$

gdzie E jest polem elektrycznym oraz k jest wektorem falowym. Rozwiązania tej funkcji z warunkami brzegowymi: $E(0) = 0$, $E(a) = 0$ na przedziale $[0, a]$ opisują mody falowodu z idealnie przewodzącymi ścianami brzegowymi.

Przepisz równanie Helmholtza do postaci układu równań pierwszego rzędu. Używając funkcji `scipy.integrate.solve_bvp`, rozwiąż powyższe zagadnienie brzegowe. Wykreśl przykładowe rozwiązania $E(x)$ dla kilku różnych wartości k (różne mody).