

Laboratorium 7-8

1. (3 pkt.) Napisz funkcje, które obliczają:

- przybliżenie pierwszej pochodnej na podstawie wartości funkcji znanych dla równoodległych argumentów oraz rozmiaru kroku siatki.  
Jakiej długości musi być wektor wartości funkcji? Jaka będzie długość wynikowego wektora?
- przybliżenie drugiej pochodnej na podstawie wartości funkcji znanych dla równoodległych argumentów oraz rozmiaru kroku siatki;
- przybliżenie pierwszej pochodnej na podstawie wartości funkcji znanych dla wskazanych argumentów (punkty węzłowe nie muszą być równoodległe);
- przybliżenie drugiej pochodnej na podstawie wartości funkcji znanych dla wskazanych argumentów (punkty węzłowe nie muszą być równoodległe).

Znając zależność współczynnika załamania od długości fali  $n(\lambda)$ , można obliczać zależność grupowego współczynnika załamania od długości fali

$$N = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda},$$

oraz dyspersji chromatycznej

$$D = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}.$$

- (1 pkt) Opracuj wykresy: grupowych współczynników załamania w funkcji długości fali oraz dyspersji chromatycznej dla szkła krzemionkowego. Oblicz przybliżone wartości pochodnych wykorzystując funkcje zaimplementowane w zadaniu 1.
- (1 pkt) Zaimplementuj funkcję obliczającą przybliżoną wartość całki na podstawie wartości funkcji znanych dla wskazanych argumentów z wykorzystaniem wzoru trapezów. Porównaj uzyskiwane wyniki, z wynikami zwracanymi przez funkcję **trapz**.

Okres drgań wahadła matematycznego w funkcji amplitudy drgań wyraża się następująco:

$$T = 4 \sqrt{\frac{L}{g}} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\theta}{2} \sin^2 \varphi}} d\varphi,$$

gdzie:

- $T$  – okres drgań,
- $L$  – długość wahadła,
- $g$  – przyspieszenie ziemskie,
- $\theta$  – amplituda kątowa drgań.

Całkę tą, zapisaną w następującej postaci:

$$K(x) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2 \varphi}} d\varphi,$$

nazywa się zupełną całką eliptyczną pierwszego rodzaju.

4. (1 pkt) Oblicz zależność całki od amplitudy drgań trzema sposobami i porównaj uzyskiwane wyniki:
- a. wygeneruj tablicę wartości funkcji podcałkowej (wartości zależą od  $\varphi$  oraz  $\theta$ ), a następnie wykorzystując funkcję **trapz** oblicz wartości całek;
  - b. oblicz wartości całek, dla wybranych wartości amplitud wykorzystując funkcję **integral**,
  - c. oblicz wartości całki, wykorzystując funkcję **ellipke**.

W podpunktach a. oraz c. nie używaj pętli **for**.

Wskazówka: przy tworzeniu tablicy w podpunkcie a. przydatna będzie funkcja **meshgrid**.