

Laboratorium 6

1. (3 pkt.) Napisz funkcje, które obliczają:

- a. przybliżenie pierwszej pochodnej na podstawie wartości funkcji znanych dla równoodległych argumentów oraz rozmiaru kroku siatki.  
Jakiej długości musi być wektor wartości funkcji? Jaka będzie długość wynikowego wektora?
- b. przybliżenie drugiej pochodnej na podstawie wartości funkcji znanych dla równoodległych argumentów oraz rozmiaru kroku siatki;
- c. przybliżenie pierwszej pochodnej na podstawie wartości funkcji znanych dla wskazanych argumentów (punkty węzłowe nie muszą być równoodległe);
- d. przybliżenie drugiej pochodnej na podstawie wartości funkcji znanych dla wskazanych argumentów (punkty węzłowe nie muszą być równoodległe).

Znając zależność współczynnika załamania od długości fali  $n(\lambda)$ , można obliczać zależność grupowego współczynnika załamania od długości fali

$$N = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda},$$

oraz dyspersji chromatycznej

$$D = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2n}{d\lambda^2}.$$

2. (1 pkt) Opracuj wykresy: grupowych współczynników załamania w funkcji długości fali oraz dyspersji chromatycznej dla szkła krzemionkowego oraz szkła germanowego.
  - a. Oblicz przybliżone wartości pochodnych wykorzystując funkcje zaimplementowane w zadaniach 1a., 1b. oraz dane otrzymane w zad. 4 listy 5.
  - b. Oblicz przybliżone wartości pochodnych wykorzystując funkcje zaimplementowane w zadaniach 1c., 1d. oraz dane zawarte w pliku `mnf_106.mat`. Zwróć uwagę, że argumenty funkcji nie są równoodległe.
3. (1 pkt) Zaimplementuj funkcję obliczającą przybliżoną wartość całki na podstawie wartości funkcji znanych dla wskazanych argumentów z wykorzystaniem wzoru trapezów. Porównaj uzyskiwane wyniki, z wynikami zwracanymi przez funkcję `trapz`.

Okres drgań wahadła matematycznego w funkcji amplitudy drgań wyraża się następująco:

$$T = 4 \sqrt{\frac{L}{g}} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\theta}{2} \sin^2 \varphi}} d\varphi,$$

gdzie:

- $T$  – okres drgań,
- $L$  – długość wahadła,
- $g$  – przyspieszenie ziemskie,
- $\theta$  – amplituda kątowa drgań.

Całkę tą, zapisaną w następującej postaci:

$$K(x) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2 \varphi}} d\varphi,$$

nazywa się zupełną całką eliptyczną pierwszego rodzaju.

4. (1 pkt) Oblicz zależność całki od amplitudy drgań trzema sposobami i porównaj uzyskiwane wyniki:
- wygeneruj tablicę wartości funkcji podcałkowej (wartości zależą od  $\varphi$  oraz  $\theta$ ), a następnie wykorzystując funkcję **trapz** oblicz wartości całek;
  - oblicz wartości całek, dla wybranych wartości amplitud wykorzystując funkcję **integral**,
  - oblicz wartości całki, wykorzystując funkcję **ellipke**.

W podpunktach a. oraz c. nie używaj pętli **for**.

Wskazówka: przy tworzeniu tablicy w podpunkcie a. przydatna będzie funkcja **meshgrid**.