

# Programowanie obiektowe

INP001129WL

rok akademicki 2022/23

semestr zimowy

## Wykład 6

Karol Tarnowski

[karol.tarnowski@pwr.edu.pl](mailto:karol.tarnowski@pwr.edu.pl)

L-1 p. 220



# Plan wykładu

- Biblioteka scipy
  - funkcje specjalne
  - interpolacja
  - aproksymacja
  - rozwiązywanie zagadnienia początkowego
- Dziedziczenie
  - polimorfizm



# Biblioteka scipy

- Biblioteka dostarcza narzędzi przydatnych do rozwiązywania wielu zagadnień numerycznych dotyczących m. in.:
  - funkcji specjalnych (scipy.special)
  - całkowania numerycznego (scipy.integrate)
  - problemów optymalizacyjnych (scipy.optimize)
  - interpolacji (scipy.interpolate)
  - transformaty Fouriera (scipy.fft)
  - zagadnień algebry liniowej (scipy.linalg)



# Biblioteka scipy

- Przykład pokazuje:
  - importowanie modułu special biblioteki scipy
  - obliczanie wartości funkcji Bessela funkcją `special.jv()`
  - dodatkowo wykorzystane jest polecenie `meshgrid` biblioteki `numpy` do wygenerowania dwuwymiarowej siatki punktów



# Biblioteka scipy

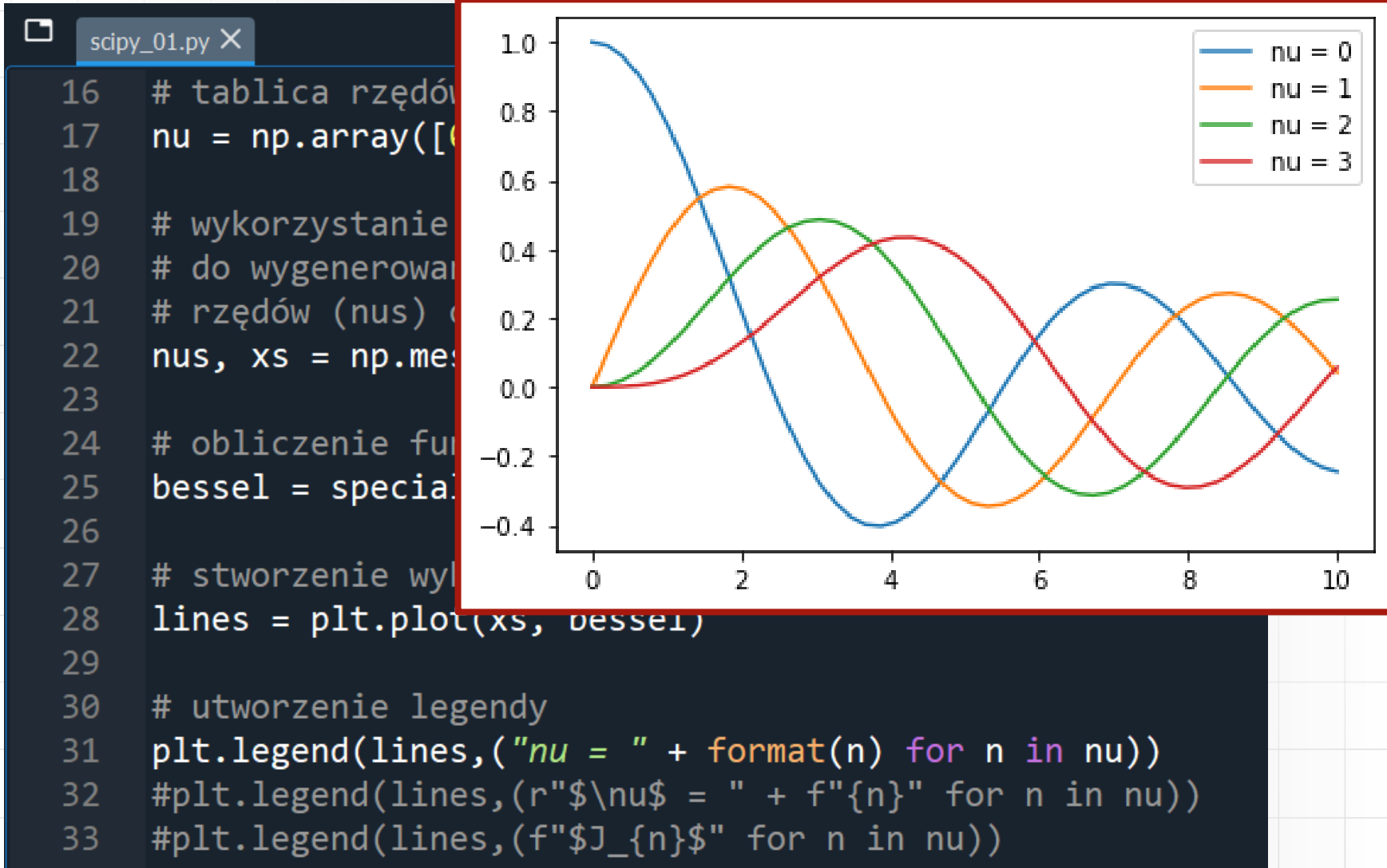
```
scipy_01.py ×
1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """
3 Przykład pokazuje użycie funkcji jv
4 z modułu special z biblioteki scipy
5 do obliczania wartości funkcji Bessela.
6 https://docs.scipy.org/doc/scipy/tutorial/special.html
7 """
8
9 import numpy as np
10 import matplotlib.pyplot as plt
11 from scipy import special
12
13 # siatka argumentów
14 x = np.linspace(0,10)
15
16 # tablica rzędów funkcji Bessela
17 nu = np.array([0, 1, 2, 3])
18
19 # wykorzystanie funkcji meshgrid
20 # do wygenerowania dwuwymiarowych tablic:
21 # rzędów (nus) oraz argumentów (xs)
22 nus, xs = np.meshgrid(nu, x)
```



# Biblioteka scipy

```
scipy_01.py X
16 # tablica rzędów funkcji Bessela
17 nu = np.array([0, 1, 2, 3])
18
19 # wykorzystanie funkcji meshgrid
20 # do wygenerowania dwuwymiarowych tablic:
21 # rzędów (nus) oraz argumentów (xs)
22 nus, xs = np.meshgrid(nu, x)
23
24 # obliczenie funkcji Bessela
25 bessel = special.jv(nus, xs)
26
27 # stworzenie wykresów
28 lines = plt.plot(xs, bessel)
29
30 # utworzenie legendy
31 plt.legend(lines, ("nu = " + format(n) for n in nu))
32 #plt.legend(lines, (r"$\nu$ = " + f"{n}" for n in nu))
33 #plt.legend(lines, (f"$J_{n}$" for n in nu))
```

# Biblioteka scipy





# Biblioteka scipy

- Przykład pokazuje:
  - obliczanie wartości funkcji Bessela funkcją `special.j0()`
  - wykorzystanie funkcji `special.jn_zeros()` generującej sekwencję miejsc zerowych funkcji Bessela





# Biblioteka scipy



scipy\_02.py X

```
1  # -*- coding: utf-8 -*-
2  """
3  Przykład pokazuje użycie funkcji  $j_0$  oraz  $j_n$  z modułu special z biblioteki scipy
4  do obliczania wartości funkcji Bessela.
5  https://docs.scipy.org/doc/scipy/tutorial/special.html
6  """
7
8
9  import numpy as np
10 import matplotlib.pyplot as plt
11 from scipy import special
12
13 # skalowanie funkcji Bessela
14 def scaled_bessel(x, k):
15     a = special.jn_zeros(0, k)[-1]
16     return special.j0(a*x)
```



# Biblioteka scipy

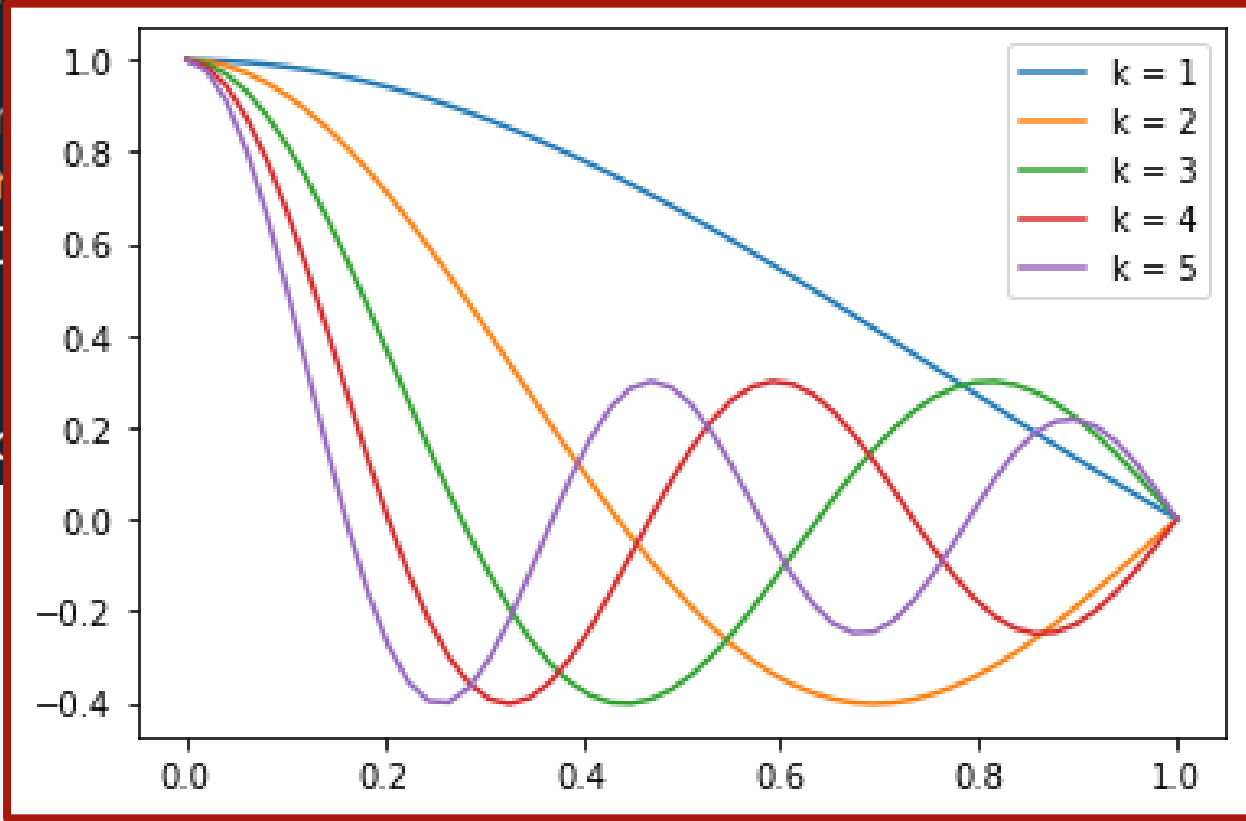


scipy\_02.py X

```
18 # utworzenie siatki punktów
19 # na odcinku jednostkowym
20 x = np.linspace(0,1)
21
22 # utworzenie wykresów skalowanych funkcji Bessela
23 for k in range(1, 6):
24     plt.plot(x, scaled_bessel(x, k),
25             label="k = " + format(k, "d"))
26
27 plt.legend()
```

# Biblioteka scipy

```
scipy_02.py X  
18 # utworzenie siatki punktów  
19 # na odcinku jednostkowym  
20 x = np.linspace(0,1)  
21  
22 # utworzenie  
23 for k in range(1,6):  
24     plt.plot(x, np.cos(k*np.pi*x))  
25  
26  
27 plt.legend()
```





# Biblioteka scipy

- Przykład pokazuje:
  - interpolację danych funkcją `interp1d` (`scipy.interpolate`)
  - funkcja `interp1d` zwraca funkcję, którą można wywołać, aby obliczyć wartości interpolowane dla dowolnych argumentów



# Biblioteka scipy

```
scipy_03.py X
1  # -*- coding: utf-8 -*-
2  """
3  Przykład pokazujący interpolację danych.
4  Znane wartości funkcji sinus w węzłach
5  są interpolowane z funkcji interp1d
6  z modułu interpolate biblioteki scipy.
7  Funkcja interp1d pozwala wyznaczyć
8  funkcję interpolującą.
9  https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.interpolate.interp1d.html
10 """
11
12 import numpy as np
13 import matplotlib.pyplot as plt
14 from scipy.interpolate import interp1d
15
16 # dane węzłów interpolacji
17 x = np.array([0, 1, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12])/6*np.pi
18 y = np.sin(x)
```



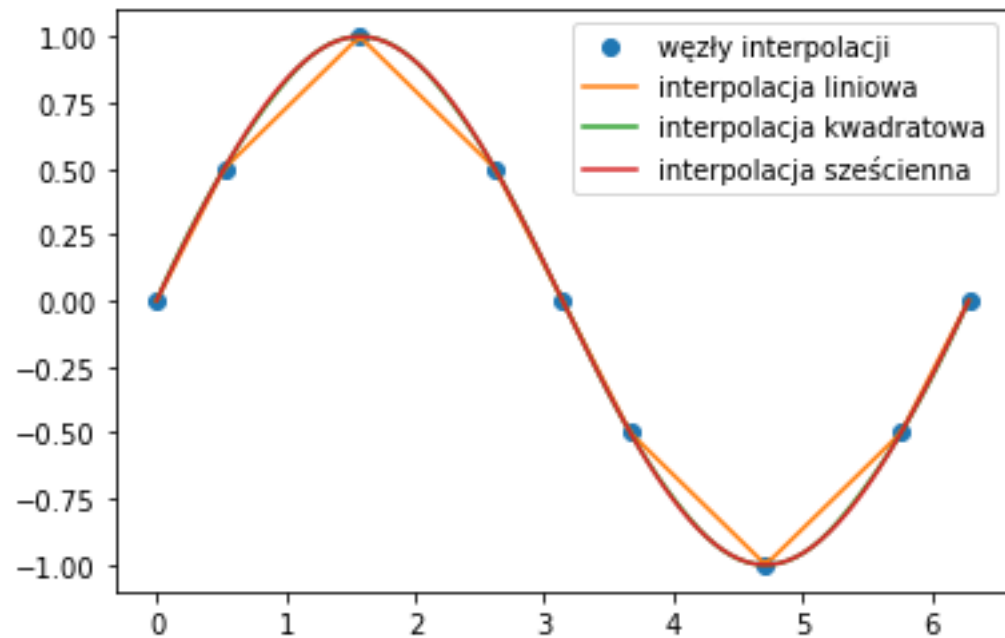
# Biblioteka scipy

```
scipy_03.py X
16 # dane węzłów interpolacji
17 x = np.array([0, 1, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12])/6*np.pi
18 y = np.sin(x)
19
20 # wyznaczenie funkcji interpolujących
21 # domyślnie liniowej funkcji sklejaney
22 f_lin = interp1d(x, y)
23 # funkcji sklejaney kwadratowej
24 f_qua = interp1d(x, y, kind="quadratic")
25 # funkcji sklejaney sześciennej
26 f_cub = interp1d(x, y, kind="cubic")
27
28 # siatka punktów, dla których będą obliczane
29 # wartości funkcji interpolujących
30 x_int = np.linspace(0, 2, 100)*np.pi
31
32 # utworzenie wykresów
33 fig, ax = plt.subplots()
34 ax.plot(x, y, 'o', label="węzły interpolacji")
35 ax.plot(x_int, f_lin(x_int), label="interpolacja liniowa")
36 ax.plot(x_int, f_qua(x_int), label="interpolacja kwadratowa")
37 ax.plot(x_int, f_cub(x_int), label="interpolacja sześcienna")
38 ax.legend()
```

# Biblioteka scipy

scipy\_03.py X

```
16 # dane węzłów interpolacji
17 x = np.array([0, 1, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12])/6*np.pi
18 y = np.sin(x)
19
20 # wyznaczenie funkcji interp
21 # domyślnie liniowej funkcji
22 f_lin = interp1d(x, y)
23 # funkcji sklejaney kwadratowej
24 f_qua = interp1d(x, y, kind='quadratic')
25 # funkcji sklejaney sześciennych
26 f_cub = interp1d(x, y, kind='cubic')
27
28 # siatka punktów, dla których
29 # wartości funkcji interpolacji
30 x_int = np.linspace(0, 2, 10)
31
32 # utworzenie wykresów
33 fig, ax = plt.subplots()
34 ax.plot(x, y, 'o', label="węzły interpolacji")
35 ax.plot(x_int, f_lin(x_int), label="interpolacja liniowa")
36 ax.plot(x_int, f_qua(x_int), label="interpolacja kwadratowa")
37 ax.plot(x_int, f_cub(x_int), label="interpolacja sześcienna")
38 ax.legend()
```





# Biblioteka scipy

- Przykład pokazuje:
  - aproksymację danych z wykorzystaniem funkcji `curve_fit` (`scipy.optimize`)
  - zależność liniową (zapisaną jako funkcję anonimową) wykorzystano do wygenerowania danych
  - następnie do danych dodano szum
  - funkcją `curve_fit` znaleziono parametry dopasowania funkcji liniowej do danych z szumem





# Biblioteka scipy

```
scipy_04.py X
1  # -*- coding: utf-8 -*-
2  """
3  Przykład pokazujący aproksymację danych
4  funkcją liniową.
5  Dopasowanie wyznaczone z użyciem
6  funkcji curve_fit z modułu optimize
7  biblioteki scipy.
8  https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/genera
9  """
10
11  import numpy as np
12  import matplotlib.pyplot as plt
13  from scipy.optimize import curve_fit
14
15  # definicja funkcji liniowej
16  # x - argument
17  # a - współczynnik kierunkowy
18  # b - wyraz wolny
19  #def fun(x, a, b):
20  #     return a*x + b
21  # równoważna definicja z wykorzystaniem
22  # funkcji anonimowej
23  fun = lambda x, a, b : a*x + b
```

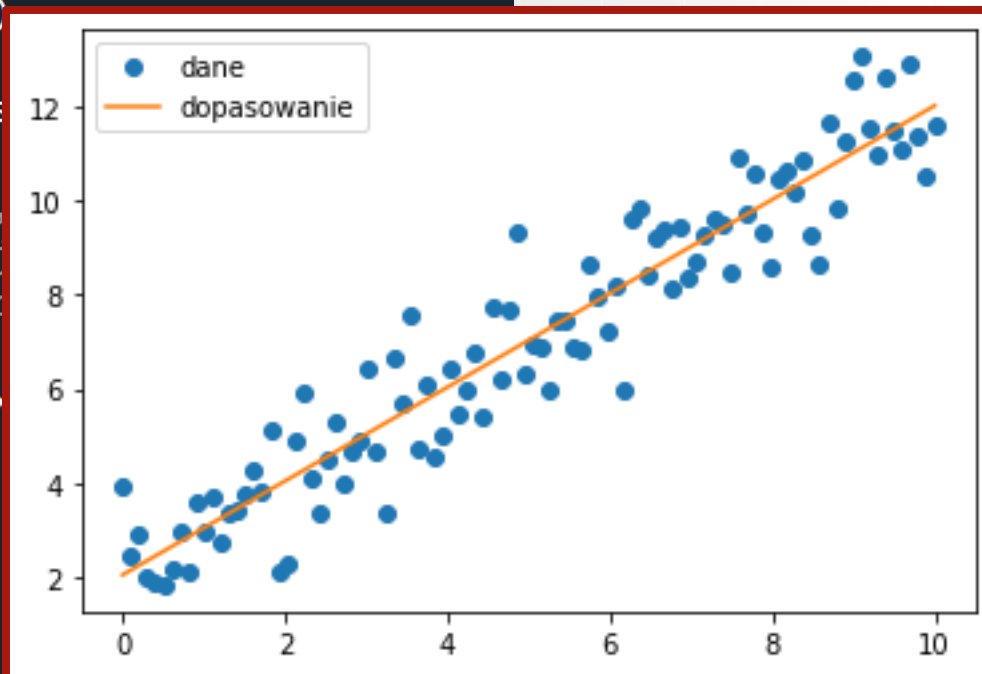


# Biblioteka scipy

```
scipy_04.py X
25 # utworzenie danych do aproksymacji
26 # dane obliczone z wykorzystaniem
27 # funkcji liniowej z dodanym szumem
28 x = np.linspace(0, 10, 100)
29 y = fun(x, 1, 2) # y = 1*x + 2
30 yn = y + np.random.normal(size=len(x))
31
32 # dopasowanie do danych (x, yn)
33 # funkcja curve_fit znajduje parametry
34 # funkcji fun, które najlepiej dopasowują ją
35 # do danych wejściowych
36 p_opt, _ = curve_fit(fun, x, yn)
37 print(p_opt)
38
39 # utworzenie wykresów
40 fig, ax = plt.subplots()
41 # danych wejściowych
42 ax.plot(x, yn, 'o', label="dane")
43 # danych dopasowanych
44 ax.plot(x, fun(x, *p_opt), label="dopasowanie")
45 ax.legend()
```

# Biblioteka scipy

```
scipy_04.py X
25 # utworzenie danych do aproksymacji
26 # dane obliczone z wykorzystaniem
27 # funkcji liniowej z dodanym szumem
28 x = np.linspace(0, 10, 100)
29 y = fun(x, 1, 2) # y = 1*x
30 yn = y + np.random.normal(s
31
32 # dopasowanie do danych (x,
33 # funkcja curve_fit znajduj
34 # funkcji fun, które najle
35 # do danych wejściowych
36 p_opt, _ = curve_fit(fun, x
37 print(p_opt)
38
39 # utworzenie wykresów
40 fig, ax = plt.subplots()
41 # danych wejściowych
42 ax.plot(x, yn, 'o', label='dane')
43 # danych dopasowanych
44 ax.plot(x, fun(x, *p_opt), label="dopasowanie")
45 ax.legend()
```





# Biblioteka scipy

- Przykład pokazuje:
  - numeryczne rozwiązanie zagadnienia początkowego z wykorzystaniem funkcji `odeint` (`scipy.integrate`)



# Biblioteka scipy



scipy\_05.py X

```
1  # -*- coding: utf-8 -*-
2  """
3  Przykład pokazujący rozwiązywanie zagadnienia
4  początkowego z użyciem funkcji odeint
5  z modułu integrate biblioteki scipy.
6  https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/
7  """
8
9  import numpy as np
10 import matplotlib.pyplot as plt
11 from scipy.integrate import odeint
12
13 # prawa strona równania różniczkowego
14 # dg/dt = f(g, t)
15 # f(g, t) = -g/tau
16 tau = 1.
17 f = lambda g, t : -g/tau
```



# Biblioteka scipy



scipy\_05.py X

```
13 # prawa strona równania różniczkowego
14 #  $dg/dt = f(g, t)$ 
15 #  $f(g, t) = -g/\tau$ 
16 tau = 1.
17 f = lambda g, t : -g/tau
18
19 # tablica zmiennej niezależnej
20 t = np.linspace(0, 5)
21 # obliczone wartości zmiennej zależnej
22 # dla podanego równania różniczkowego (f)
23 # z zadany warunkiem początkowym ( $g(0)=100$ )
24 gs = odeint(f, 100, t)
25
26 # wykres obliczonego rozwiązania
27 plt.plot(t, gs)
```

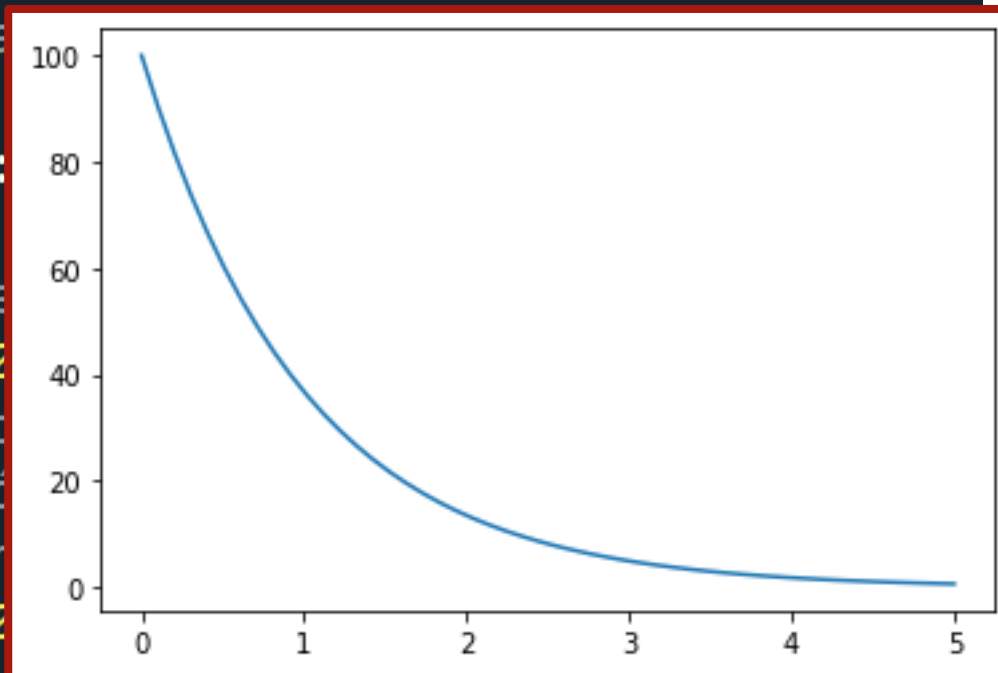


# Biblioteka scipy



scipy\_05.py X

```
13 # prawa strona równania różniczkowego
14 # dg/dt = f(g, t)
15 # f(g, t) = -g/ta
16 tau = 1.
17 f = lambda g, t :
18
19 # tablica zmienne
20 t = np.linspace(0, 5, 100)
21 # obliczone warto
22 # dla podanego r
23 # z zadany warur
24 gs = odeint(f, 100, t)
25
26 # wykres obliczonego rozwiązania
27 plt.plot(t, gs)
```





# Dziedziczenie

- Mechanizm dziedziczenia pozwala uprościć proces tworzenia różnych klas, jeśli można dla nich wyróżnić pewne wspólne cechy
- Klasa pochodna (nazywana podklasą) jest tworzona na podstawie klasy bazowej (nadklasy)





# Dziedziczenie

- Prosty przykład pokazuje utworzenie dwóch klas pochodnych reprezentujących ptaki oraz ssaki dziedziczących po klasie bazowej reprezentującej zwierzęta



# Dziedziczenie



dziedziczenie01.py ✕

```
1  # -*- coding: utf-8 -*-
2  """
3  Prosty przykład ilustrujący tworzenie hierarchii klas.
4  """
5
6  # definicja klasy bazowej reprezentującej zwierzę
7  class Animal:
8      # klasa implementuje konstruktor
9      # jedynym atrybutem obiektu jest m (masa)
10     def __init__(self, m):
11         self.m = m
12
13     # klasa implementuje metodę moves(),
14     # która wyświetla ogólną informację o zwierzętach
15     def moves(self):
16         print("Zwierzęta się przemieszczają.")
```



# Dziedziczenie



dziedziczenie01.py ✕

```
18 # definicja klasy pochodnej
19 class Bird(Animal):
20     # klasa pochodna ma wszystkie cechy klasy bazowej,
21     # a dodatkowo implementuje metode flights(),
22     # która wyświetla informacje o ptakach
23     def flights(self):
24         print("Ptaki latają.")
25
26 # definicja klasy pochodnej
27 class Mammal(Animal):
28     # klasa pochodna implementuje metode runs(),
29     # która wyświetla informacje o ssakach
30     def runs(self):
31         print("Ssaki biegną.")
```



# Dziedziczenie



dziedziczenie01.py ✕

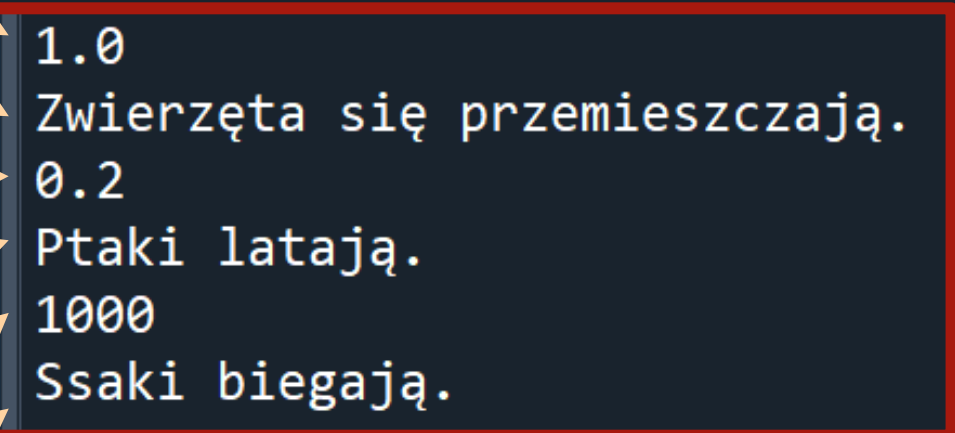
```
33 # utworzenie obiektu klasy Animal
34 a = Animal(1.)
35 print(a.m)
36 a.moves()
37
38 # klasa Bird dziedziczy konstruktor po klasie Animal
39 b = Bird(0.2)
40 print(b.m)
41 # obiekt tej klasy ma dodatkową metodę flights()
42 b.flights()
43
44 # klasa Mammal dziedziczy konstruktor po klasie Animal
45 m = Mammal(1000)
46 print(m.m)
47 # obiekt tej klasy ma dodatkową metodę runs()
48 m.runs()
```

# Dziedziczenie



dziedziczenie01.py X

```
33 # utworzenie obiektu klasy Animal
34 a = Animal(1.)
35 print(a.m)
36 a.moves()
37
38 # klasa Bird dziedziczy konstruktor po klasie Animal
39 b = Bird(0.2)
40 print(b.m)
41 # obiekt tej klasy
42 b.flights()
43
44 # klasa Mammal dziedziczy konstruktor po klasie Animal
45 m = Mammal(1000)
46 print(m.m)
47 # obiekt tej klasy ma dodatkową metodę runs()
48 m.runs()
```



```
1.0
Zwierzęta się przemieszczają.
0.2
Ptaki latają.
1000
Ssaki biegają.
```



# Dziedziczenie

- Przykład pokazuje tworzenie hierarchii klas
- Klasy pochodne przeciążają metodę klasy bazowej
- Pozwala to uzyskać polimorfizm metody `moves()`, której działanie zależy od klasy obiektu dla którego będzie wywołana



# Dziedziczenie



dziedziczenie01.py ✕

dziedziczenie02.py ✕

```
1  # -*- coding: utf-8 -*-
2  """
3  Prosty przykład ilustrujący tworzenie hierarchii klas.
4  Klasy pochodne przeciążają metodę klasy bazowej.
5  """
6
7  # definicja klasy bazowej reprezentującej zwierzę
8  class Animal:
9      def __init__(self, m):
10         self.m = m
11
12         # klasa implementuje metodę moves(),
13         # która będzie przeciążana przez klasy pochodne
14         def moves(self):
15             print("Zwierzęta się przemieszczają.")
```



# Dziedziczenie



dziedziczenie01.py X

dziedziczenie02.py X

```
17 class Bird(Animal):
18     # klasa Bird przeciąża metodę moves()
19     # pochodzącą z klasy bazowej
20     def moves(self):
21         print("Ptaki latają.")
22
23 class Mammal(Animal):
24     # klasa Mammal również przeciąża metodę moves()
25     # pochodzącą z klasy bazowej
26     def moves(self):
27         print("Ssaki biegają.")
28
29 # klasa Reptiles nie przeciąża metody moves()
30 class Reptiles(Animal):
31     pass
```





# Dziedziczenie



dziedziczenie01.py X

dziedziczenie02.py X

```
33 a = Animal(1.)
34 b = Bird(0.2)
35 m = Mammal(1000)
36 r = Reptiles(300)
37 # obiekty różnych klas zebranej na wspólnej liście
38 animals = [a, b, m, r]
39
40 # wywołanie metody moves() uruchomi różne wersje tej metody
41 # w zależności od klasy obiektu
42 for z in animals:
43     print(z.m)
44     z.moves()
```



# Dziedziczenie

```
dziedziczenie01.py x dziedziczenie02.py x
33 a = Animal(1.)
34 b = Bird(0.2)
35 m = Mammal(1000)
36 r = Reptiles(300)
37 # obiekty różnych klas zebranej na wspólnej liście
38 animals = [a, b, m, r]
39
40 # wywołanie metody moves() uruchomi różne wersje tej metody
41 # w zależności od klasy obiektu
```

wywołanie dla klasy Animal

wywołanie dla klasy Bird

wywołanie dla klasy Mammal

wywołanie dla klasy Reptile  
(implementacja w klasie Animal)

1.0

Zwierzęta się przemieszczają.

0.2

Ptaki latają.

1000

Ssaki biegają.

300

Zwierzęta się przemieszczają.



# Podsumowanie

- Kilka wybranych funkcji biblioteki scipy
  - interpolacja
  - aproksymacja
  - rozwiązywanie zagadnienia początkowego
- Tworzenie klas z wykorzystaniem dziedziczenia
- Polimorfizm klas