

Pakiety obliczeniowe

INP001029WL

rok akademicki 2021/22

semestr zimowy

Wykład 7

Karol Tarnowski

karol.tarnowski@pwr.edu.pl

L-1 p. 220



Plan prezentacji

- Zagadnienie początkowe
- Solwer `ode23`
 - przykład



Zagadnienie początkowe

Typowe zagadnienie początkowe opisane jest równaniem

$$\frac{df}{dt} = g(t, f), \quad f(t_0) = f_0.$$



Zagadnienie początkowe

W zagadnieniu początkowym może występować więcej zmiennych

$$\frac{df}{dt} = \mathbf{g}(t, \mathbf{f}), \quad \mathbf{f}(t_0) = \mathbf{f}_0.$$



Solwer ode23

- Do rozwiązywania numerycznego zagadnienia początkowego można wykorzystać solwer `ode23`
- ODE - ordinary differential equation
- 2,3 - solwer wykorzystuje wzory Rungego-Kutty rzędu 2 oraz 3



Solwer ode23

Przykład

- Rozważmy pionową składową ruchu skoczka spadochronowego
- Na skoczka działają:
 - siła grawitacji (z przyspieszeniem g)
 - opór powietrza (z przyspieszeniem $-kv$, gdzie v jest prędkością skoczka, $k = 0,2 \text{ s}^{-1}$ jest współczynnikiem proporcjonalności)

Solwer ode23

Przykład

- Chcemy zatem rozwiązać zagadnienie początkowe

$$a = \frac{dv}{dt} = g - kv, \quad v_0 = 0 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Solwer ode23

Przykład

- Możemy również zapisać zagadnienie początkowe opisujące zmianę położenia skoczka

$$v = \frac{dy}{dt} = v, \quad y_0 = 0[\text{m}]$$

Solwer ode23

Przykład

- Ten problem można potraktować jako układ dwóch równań

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ g - kv \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} y_0 \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Solwer ode23

Przykład

- Ten problem można potraktować jako układ dwóch równań

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ g - kv \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} y_0 \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Równoważnie

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \frac{d\mathbf{f}}{dt} = \begin{bmatrix} f_2 \\ g - kf_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Solwer ode23

Przykład

- Ten problem można zapisać także jako zagadnienie początkowe rzędu drugiego

$$\frac{d^2y}{dt^2} = g - kv = g - k \frac{dy}{dt}, \quad \begin{bmatrix} y_0 \\ \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Podsumowanie

Zapoznanie z możliwościami Matlaba w zakresie numerycznego rozwiązywania zagadnień początkowych