

## Metody numeryczne w fizyce

### Ćwiczenia 4

#### Interpolacja wielomianowa

1. Zastosuj wzory interpolacyjne Lagrange'a i Newtona dla następujących danych:

a.

x	2	0	3
y	11	7	28

b.

x	-2	0	1
y	0	1	-1

W obu przypadkach wyrażając wielomian w postaci  $a + bx + cx^2$ , upewnij się, że wyniki są identyczne.

#### Różniczkowanie numeryczne

2. Znajdź błąd wzorów przybliżonych:

a.  $f'(x) \approx \frac{1}{2h} [-3f(x) + 4f(x+h) - f(x+2h)],$

b.  $f''(x) \approx \frac{1}{h^2} [f(x) - 2f(x+h) + f(x+2h)].$

3. Udowodnij, że

a.  $f'''(x) \approx \frac{1}{h^3} [f(x+3h) - 3f(x+2h) + 3f(x+h) - f(x)],$

b.  $f'''(x) \approx \frac{1}{2h^3} [f(x+2h) - 2f(x+h) + 2f(x-h) - f(x-2h)].$

Znajdź błędy tych przybliżeń. Które z nich jest dokładniejsze?

Tabela współczynników dla wzorów pozwalających obliczać pochodne różnych rzędów z określeniem rzędu przybliżenia: [https://en.wikipedia.org/wiki/Finite\\_difference\\_coefficient](https://en.wikipedia.org/wiki/Finite_difference_coefficient).

#### Całkowanie numeryczne

4. Wyprowadź wzór Newtona-Cotesa dla  $n = 2$ :

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{1}{6}(b-a) \left[ f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right].$$

5. Podaj wzory złożone całkowania numerycznego, oparte na następujących prostych wzorach:

a.  $\int_0^1 f(x) dx \approx f(1),$

b.  $\int_{-1}^1 f(x) dx \approx 2f(0).$

Porównaj: D. Kincaid, W. Cheney, Analiza numeryczna, rozdział 7.1, 7.2.

Karol Tarnowski  
Wrocław, 2022