Politechnika Wrocławska

Programowanie proceduralne

INP001210WL

rok akademicki 2020/21

semestr letni

Wykład 1

Karol Tarnowski

karol.tarnowski@pwr.edu.pl

L-1 p. 220

Politechnika Wrocławska

Plan prezentacji (1)

- Co to jest algorytm?
- Co to jest program?

- Funkcje – powtórzenie
  - definiowanie i wywoływanie
  - funkcja **`main()`**
  - zmienne lokalne
  - przekazywanie argumentów
  - zwracanie wartości

Politechnika Wrocławska

Plan prezentacji (2)

- Funkcje rekurencyjne
  - Co to jest rekurencja?
  - Warunek stopu
  - Przykłady algorytmów rekurencyjnych

Politechnika Wrocławska

Co to jest algorytm?

- Algorytm jest przepisem opisującym krok po kroku rozwiązanie problemu lub osiągnięcie jakiegoś celu
- Algorytmika to dziedzina zajmująca się algorytmami i ich właściwościami

M. M. Sysło, *Algorytmy*, WSiP, 2002

Algorytm

- Słowo algorytm wywodzi się od nazwiska arabskiego matematyka i astronoma. Muhammad ibn Musa al-Chuwarizmi żył na przełomie VIII i IX wieku, jest uznawany za prekursora metod obliczeniowych w matematyce

https://pl.wikipedia.org/wiki/Muhammad_ibn_Musa_al-Chuwarizmi

M. M. Sysło, *Algorytmy*, WSiP, 2002

Politechnika Wrocławska

Przykład algorytmu

KAKAOWE CIASTO BEZ PIECZENIA

POPULARNE CIASTA | SZYBKIE CIASTO | DESERY BEZ PIECZENIA | CIASTA | CIASTA CZEKOLADOWE | CIASTA KOSTKI | CZEKOLADA

Rewelacyjne ciasto bez pieczenia! Kakaowe hebatniki przełożone kakaową masą budyniową i dżemem porzeczkowym (można połączyć pół na pół z powidłami śliwkowymi).

https://www.kwestiasmaku.com/przepis/kakaowe-ciasto-bez-pieczenia

Przykład algorytmu

SKŁADNIKI

KREM CZEKOLADOWY

- 1 litr mleka
- 3 łyżki mąki pszennej
- 3 łyżki mąki ziemniaczanej
- 1 szklanka cukru
- 3 łyżki kakao
- 2 żółtka

ORAZ

- ok. 600 g kakaowych herbatników "petit beurre"
- 200 g masła
- 1 słoiczek dżemu porzeczkowego lub powideł śliwkowych
- kakao

PRZYGOTOWANIE

DODAJ NOTATKĘ

KREM CZEKOLADOWY

- Odlać 1 i 1/2 szklanki mleka i dokładnie wymieszać je (np. rózgą) z mąką pszenną i ziemniaczaną, cukrem, żółtkami oraz likierami jeśli ich używamy.
- Resztę mleka zagotować (dokładnie, aż zacznie kipieć), następnie wlewać do niego mieszankę mleka, mąki i żółtek, jednocześnie energicznie mieszając rózgą. Zagotować co chwilę mieszając.
- Po zagotowaniu gotowy budyń odstawić z ognia, przelać do czystej miski i całkowicie ostudzić (na wierzch można położyć folię spożywczą aby nie zrobił się kożuch).
- Miękkie masło ubijać przez ok. 3 minuty aż się napuszy, następnie stopniowo, w krótkich odstępach czasu, dodawać budyń ciągle ubijając.

https://www.kwestiasmaku.com/przepis/kakaowe-ciasto-bez-pieczenia

Przykład algorytmu

PRZEŁOŻENIE

- Formę o wymiarach ok. **20 x 30 cm** (może być większa) wys
masłem i wyłożyć papierem do pieczenia. Układać warstwami na
herbatniki i krem budyniowy, otrzymując 4 lub 5 takich warstw,
druga warstwa od dołu ma mieć zamiast kremu - dżem. Na wie
ma być cienka warstwa kremu.

- Ciasto oprószyć kakao i wstawić do lodówki na kilka godzin lu
noc. Ciasto można przygotować dzień wcześniej.

WSKAZÓWKI

Opcjonalnie do kremu można dodać 4 łyżki likieru pomarańczo
amaretto lub orzechowego lub 2 łyżki mocnego alkoholu.

https://www.kwestiasmaku.com/przepis/kakaowe-ciasto-bez-pieczenia

Politechnika Wrocławska

Algorytm Euklidesa

- Algorytm wyznaczania największego wspólnego dzielnika dwóch dodatnich liczb całkowitych został sformułowany w IV w. p.n.e. przez Euklidesa

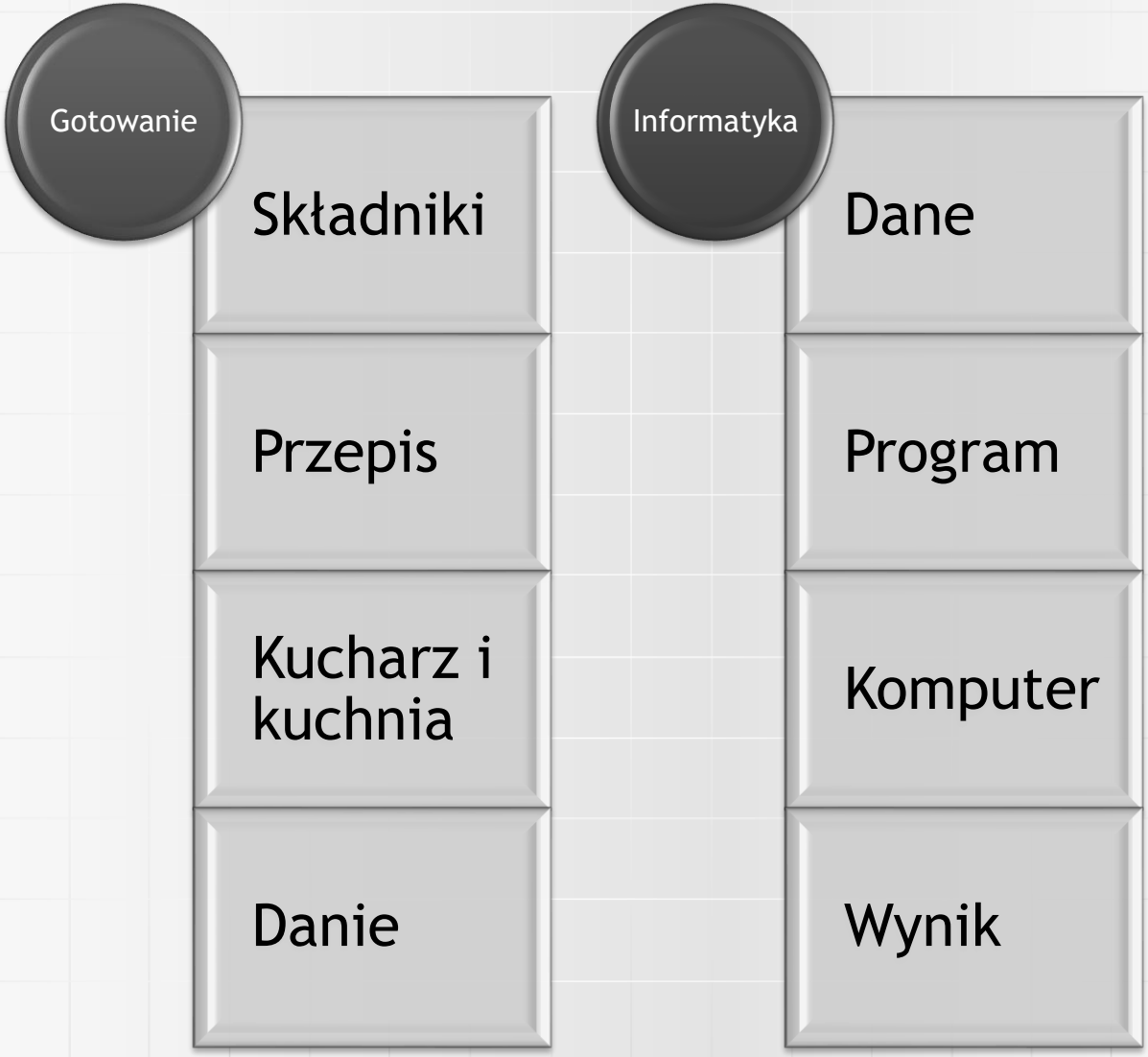
Politechnika Wrocławska

Co to jest program?

- Program to lista szczegółowych instrukcji przekazywanych komputerowi do realizacji określonych zadań

Politechnika Wrocławska

Program i przepis a algorytm



Politechnika Wrocławska

Funkcje – powtórzenie

Korzyści z dzielenia programu na funkcje:

- czytelniejszy kod
- wielokrotne wykorzystanie kodu
- lepsze testowanie (łatwiej testować podzadanie umieszczone w osobnej funkcji)
- szybsze tworzenie oprogramowania
- łatwiejsza praca w zespołach

Funkcje - powtórzenie

Definiowanie i wywoływanie

- Ogólny schemat definicji funkcji

```
def nazwa_funkcji():
    polecenie
    polecenie
    itd.
```

nagłówek funkcji

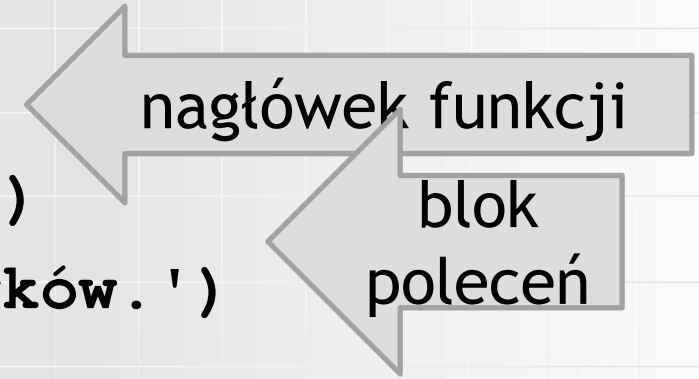
blok poleceń

Funkcje - powtórzenie

Definiowanie i wywoływanie

- Przykładowa definicja funkcji

```
def message():
    print('Jestem Artur,')
    print('król Brytyjczyków.')
```



Politechnika Wrocławska

Funkcje - powtórzenie

Definiowanie i wywoływanie

- Wywołanie funkcji

```
message()
```

Funkcje - powtórzenie

Definiowanie i wywoływanie

function_demo.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przykładową definicję funkcji i jej wywołanie

#Definicja o nazwie message()
def message():
    print('Jestem Artur,')
    print('król Brytyjczyków.')

#Wywołanie funkcji message()
message()
```

Python 3.7.4 Shell

File Edit Shell Debug Options Window Help

```
Python 3.7.4 (tags/v3.7.4:e09359112e, Jul  8 2019, 20:34:20) [MSC v.1916 64
bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
 RESTART: C:/Users/karol/Desktop/201920/python-examples/funkcje/function_dem
o.py
Jestem Artur,
król Brytyjczyków.
>>>
```

Funkcje - powtórzenie

Definiowanie i wywoływanie

two_functions.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Ten program zawiera dwie funkcje.

#Definicja funkcji głównej - main()
def main():
    print('Mam dla Ciebie wiadomość.')
    message()
    print('Żegnaj')

#Definicja funkcji message()
def message():
    print('Jestem Artur,')
    print('król Brytyjczyków.')

#Wywołanie funkcji głównej
main()
```

Python 3.7.4 Shell

File Edit Shell Debug Options Window Help

```
Python 3.7.4 (tags/v3.7.4:e09359112e, Jul  8 2019, 20:34:20) [MSC v.1916 64
bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
 RESTART: C:/Users/karol/Desktop/201920/python-examples/funkcje/two_function
s.py
Mam dla Ciebie wiadomość.
Jestem Artur,
król Brytyjczyków.
Żegnaj
>>>
```

Funkcje - powtórzenie

Wcięcia

- Każdy wiersz bloku musi być wcięty
- Ostatni wcięty wiersz jest ostatnim blokiem kodu

function_demo.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przykładową definicję funkcji i jej wywołanie

#Definicja o nazwie message()
def message():
    print('Jestem Artur,')
    print('król Brytyjczyków.')

#Wywołanie funkcji message()
message()
```

Funkcje - powtórzenie

`main()`

- Tworzenie funkcji głównej nie jest wymogiem Pythona
- Tworzenie funkcji głównej jest konwencją, ale wykorzystywanie konwencji zwiększa czytelność kodu

Funkcje - powtórzenie

`main()`

two_functions.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Ten program zawiera dwie funkcje.

#Definicja funkcji głównej - main()
def main():
    print('Mam dla Ciebie wiadomość.')
    message()
    print('Żegnaj')

#Definicja funkcji message()
def message():
    print('Jestem Artur,')
    print('król Brytyjczyków.')

#Wywołanie funkcji głównej
main()
```

Funkcje - powtórzenie

Zmienne lokalne

population.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje, użycie dwóch zmiennych lokalnych
#o tych samych nazwach, w różnych funkcjach

def main():
    dolnoslaskie()
    mazowieckie()

#Funkcja dolnoslaskie() tworzy lokalną zmienną population.
def dolnoslaskie():
    population = 2902365
    print('Liczba mieszkańców województwa dolnośląskiego to ',\
          population,'.',sep='')

#Funkcja mazowieckie tworzy lokalną zmienną population.
def mazowieckie():
    population = 5391813
    print('Liczba mieszkańców województwa mazowieckiego to ',\
          population,'.',sep='')

main()
```

Funkcje - powtórzenie

Przekazywanie argumentów do funkcji

pass_argument.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przekazanie argumentu funkcji.

def main():
    value = 13 #przypisanie zmiennej value wartości 13
    #wywołanie funkcji show_double() z przekazaniem do niej argumentu
    show_double(value)

#Funkcja show_double() pobiera argument
#i wyświetla jego podwojoną wartość
def show_double(number):
    result = number * 2
    print(result)

main()
```

Funkcje - powtórzenie

Przekazywanie argumentów do funkcji

pass_argument.py

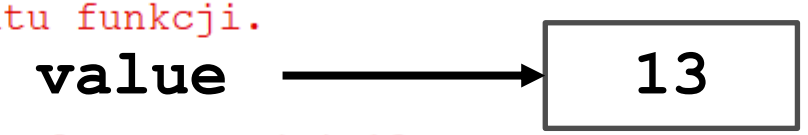
File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przekazanie argumentu funkcji.

def main():
    value = 13 #przypisanie zmiennej value wartości 13
    #wywołanie funkcji show_double() z przekazaniem do niej argumentu
    show_double(value)

#Funkcja show_double() pobiera argument
#i wyświetla jego podwojoną wartość
def show_double(number):
    result = number * 2
    print(result)

main()
```



Funkcje - powtórzenie

Przekazywanie argumentów do funkcji

pass_argument.py

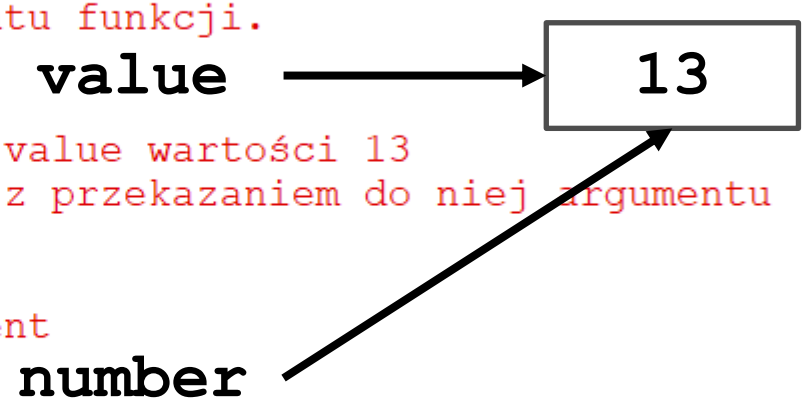
File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przekazanie argumentu funkcji.

def main():
    value = 13 #przypisanie zmiennej value wartości 13
    #wywołanie funkcji show_double() z przekazaniem do niej argumentu
    show_double(value)

#Funkcja show_double() pobiera argument
#i wyświetla jego podwojoną wartość
def show_double(number):
    result = number * 2
    print(result)

main()
```



Funkcje - powtórzenie

Przekazywanie argumentów do funkcji

pass_argument.py

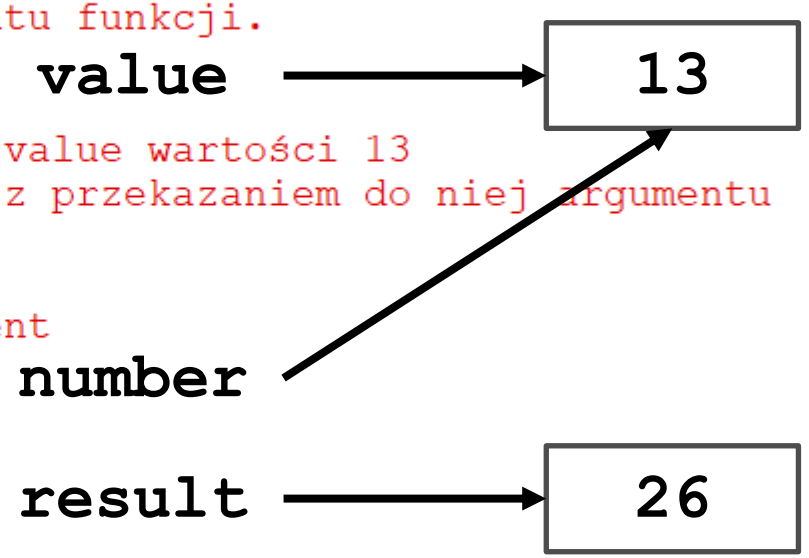
File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przekazanie argumentu funkcji.

def main():
    value = 13 #przypisanie zmiennej value wartości 13
    #wywołanie funkcji show_double() z przekazaniem do niej argumentu
    show_double(value)

#Funkcja show_double() pobiera argument
#i wyświetla jego podwojoną wartość
def show_double(number):
    result = number * 2
    print(result)

main()
```



Funkcje - powtórzenie

Przekazywanie argumentów do funkcji

multiple_arguments.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przekazanie dwóch argumentów do funkcji.

def main():
    print('Suma liczb 12 i 45 wynosi')
    #Wartości wyrażeń użytych w miejscu wywołania
    #zostaną nadane zmiennym w funkcji show_sum().
    show_sum(12,45)

#Funkcja show_sum() pobiera dwa argumenty
#i wyświetla ich sumę.
#W nawiasie umieszczono listę argumentów.
#Nazwy argumentów są rozdzielone przecinkiem.
def show_sum(num1, num2):
    result = num1 + num2
    print(result)

main()
```

Funkcje - powtórzenie

Przekazywanie argumentów do funkcji

multiple_arguments.py

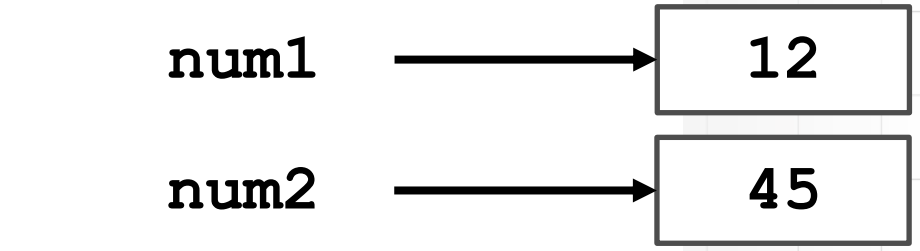
File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przekazanie dwóch argumentów do funkcji.

def main():
    print('Suma liczb 12 i 45 wynosi')
    #Wartości wyrażeń użytych w miejscu wywołania
    #zostaną nadane zmiennym w funkcji show_sum().
    show_sum(12,45)

#Funkcja show_sum() pobiera dwa argumenty
#i wyświetla ich sumę.
#W nawiasie umieszczono listę argumentów.
#Nazwy argumentów są rozdzielone przecinkiem.
def show_sum(num1, num2):
    result = num1 + num2
    print(result)

main()
```



Funkcje - powtórzenie

Zmiana argumentu funkcji

change_me.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje, co się stanie po zmianie
#wartości argumentu w funkcji.

def main():
    value = 99
    print('Wartość wynosi',value)
    change_me(value)
    print('Wartość w funkcji main() wynosi',value)

def change_me(arg):
    print('Do funkcji change_me() przekazano wartość',arg)
    arg = 0
    print('Przypisano nową wartość do zmiennej arg')
    print('Teraz wartość wynosi',arg)

main()
```

Python 3.7.4 Shell

File Edit Shell Debug Options Window Help

```
Python 3.7.4 (tags/v3.7.4:e09359112e, Jul  8 2019, 20:34:20) [MSC v.1916 64
bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
 RESTART: C:/Users/karol/Desktop/201920/python-examples/funkcje/change_me.py
Wartość wynosi 99
Do funkcji change_me() przekazano wartość 99
Przypisano nową wartość do zmiennej arg
Teraz wartość wynosi 0
Wartość w funkcji main() wynosi 99
>>>
```

Funkcje - powtórzenie

Zmiana argumentu funkcji

change_me.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje, co się stanie po zmianie
#wartości argumentu w funkcji.

def main():
    value = 99
    print('Wartość wynosi',value)
    change_me(value)
    print('Wartość w funkcji main() wynosi',value)

def change_me(arg):
    print('Do funkcji change_me() przekazano wartość',arg)
    arg = 0
    print('Przypisano nową wartość do zmiennej arg')
    print('Teraz wartość wynosi',arg)

main()
```

value → 99

Python 3.7.4 Shell

File Edit Shell Debug Options Window Help

```
Python 3.7.4 (tags/v3.7.4:e09359112e, Jul  8 2019, 20:34:20) [MSC v.1916 64
bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
 RESTART: C:/Users/karol/Desktop/201920/python-examples/funkcje/change_me.py
Wartość wynosi 99
Do funkcji change_me() przekazano wartość 99
Przypisano nową wartość do zmiennej arg
Teraz wartość wynosi 0
Wartość w funkcji main() wynosi 99
>>>
```

Funkcje - powtórzenie

Zmiana argumentu funkcji

change_me.py

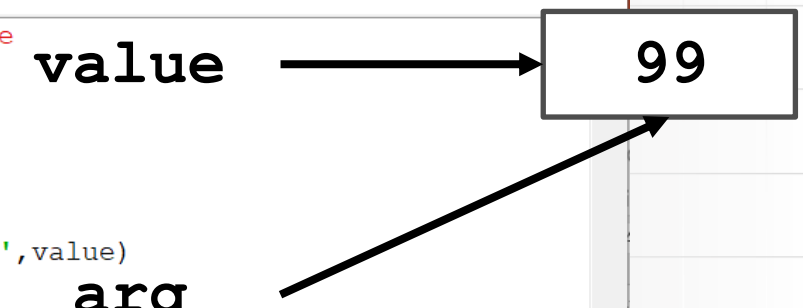
File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje, co się stanie po zmianie
#wartości argumentu w funkcji.

def main():
    value = 99
    print('Wartość wynosi',value)
    change_me(value)
    print('Wartość w funkcji main() wynosi',value)

def change_me(arg):
    print('Do funkcji change_me() przekazano wartość',arg)
    arg = 0
    print('Przypisano nową wartość do zmiennej arg')
    print('Teraz wartość wynosi',arg)

main()
```



Python 3.7.4 Shell

File Edit Shell Debug Options Window Help

```
Python 3.7.4 (tags/v3.7.4:e09359112e, Jul  8 2019, 20:34:20) [MSC v.1916 64
bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
 RESTART: C:/Users/karol/Desktop/201920/python-examples/funkcje/change_me.py
Wartość wynosi 99
Do funkcji change_me() przekazano wartość 99
Przypisano nową wartość do zmiennej arg
Teraz wartość wynosi 0
Wartość w funkcji main() wynosi 99
>>>
```

Funkcje - powtórzenie

Zmiana argumentu funkcji

change_me.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje, co się stanie po zmianie
#wartości argumentu w funkcji.

def main():
    value = 99
    print('Wartość wynosi',value)
    change_me(value)
    print('Wartość w funkcji main() wynosi',value)

def change_me(arg):
    print('Do funkcji change_me() przekazano wartość',arg)
    arg = 0
    print('Przypisano nową wartość do zmiennej arg')
    print('Teraz wartość wynosi',arg)

main()
```

value → 99

arg → 0

Python 3.7.4 Shell

File Edit Shell Debug Options Window Help

```
Python 3.7.4 (tags/v3.7.4:e09359112e, Jul  8 2019, 20:34:20) [MSC v.1916 64
bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
 RESTART: C:/Users/karol/Desktop/201920/python-examples/funkcje/change_me.py
Wartość wynosi 99
Do funkcji change_me() przekazano wartość 99
Przypisano nową wartość do zmiennej arg
Teraz wartość wynosi 0
Wartość w funkcji main() wynosi 99
>>>
```

Funkcje - powtórzenie

Argumenty nazwane

show_interest_01.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Ten program pokazuje przykład wywołania funkcji
#z użyciem argumentów nazwanych.

#Funkcja główna wywołuje funkcję wyświetlającą obliczony wynik.
def main():
    #W tym wywołaniu argumenty przyjmują wartości na podstawie pozycji.
    show_interest(1000,0.03,3)

    #W tym wywołaniu argumenty przyjmują wartości zgodnie z nazwą.
    #Kolejność nie ma znaczenia.
    show_interest(rate = 0.03, periods = 3, deposit = 1000)

#Funkcja wyświetlająca wysokość odsetek należnych od zdeponowanej kwoty
#w zależności od czasu trwania depozytu oraz wysokości oprocentowania.
def show_interest(deposit, rate, periods):
    interest = deposit * rate * periods
    print('Wysokość odsetek wynosi',
          format(interest, '.2f')
          )

#Wywołanie funkcji głównej
main()
```

Politechnika Wrocławska

Funkcje - powtórzenie

Funkcje zwracające wartość

- Ogólna postać funkcji zwracającej wartość

```
def nazwa_funkcji():
    polecenie
    polecenie
    polecenie
    itd.
    return wyrażenie
```

Funkcje - powtórzenie

Funkcje zwracające wartość

return_result_01.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje definicję i wywołanie funkcji zwracajacej wartość.

#Program pyta użytkownika o liczbę jabłek i pomarańczy.
#Następnie wywołuje funkcję sum() do obliczenia łącznej liczby owoców
#i wyświetla stosowny komunikat.
def main():
    apples  = int(input('Ile masz jabłek? '))
    oranges = int(input('Ile masz pomarańczy? '))
    print('Liczba wszystkich owoców ',sum(apples,oranges),'.',sep='')

#Funkcja sum oblicza sumę dwóch liczb
def sum(num1, num2):
    result = num1 + num2 #zapisanie wyniku w zmiennej pomocniczej
    return result        #zwrócenie wyniku

main()
```

Funkcje - powtórzenie

Funkcje zwracające wartość

return_result_02.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje definicję i wywołanie funkcji zwracajacej wartość.

#Program pyta użytkownika o liczbę jabłek i pomarańczy.
#Następnie wywołuje funkcję sum() do obliczenia łącznej liczby owoców
#i wyświetla stosowny komunikat.
def main():
    apples  = int(input('Ile masz jabłek? '))
    oranges = int(input('Ile masz pomarańczy? '))
    print('Liczba wszystkich owoców ',sum(apples,oranges),'.',sep='')

#Funkcja sum oblicza sumę dwóch liczb
def sum(num1, num2):
    return num1 + num2 #polecenie return może zwracać wartość wyrażenia

main()
```

Politechnika Wrocławska

Funkcje rekurencyjne

- Rekurencją nazywamy odwoływanie się funkcji do samej siebie
- Rekurencję można wykorzystać do rozwiązywania problemów, które można podzielić na mniejsze wersje tego samego problemu

Politechnika Wrocławska

Funkcje rekurencyjne

recursion_endless.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przykładową funkcję rekurencyjną.

#Jest to przykład nieskończonej rekurencji.

def main():
    message()

#Funkcja message() wywołuje samą siebie.
def message():
    print('To jest funkcja rekurencyjna')
    message()

main()
```

Politechnika Wrocławska

Funkcje rekurencyjne

- Istotnym zagadnieniem przy wykorzystaniu rekurencji jest warunek stopu

Politechnika Wrocławska

Funkcje rekurencyjne

recursion_01.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przykładową funkcję rekurencyjną.

def main():
    message(5)

#I :liczba całkowita określająca liczbę
#   wywołań rekurencyjnych
#P :jeśli liczba wywołań jest dodatnia
#       wyświetl informację
#       wywołaj rekurencyjnie funkcję message()
#           z liczbą wywołań mniejszą o jeden
#O :brak
def message(times):
    if times > 0:
        print('To jest funkcja rekurencyjna')
        message(times - 1)

main()
```

Funkcje rekurencyjne

recursion_01.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przykładową funkcję rekurencyjną.

def main():
    message(5)
```

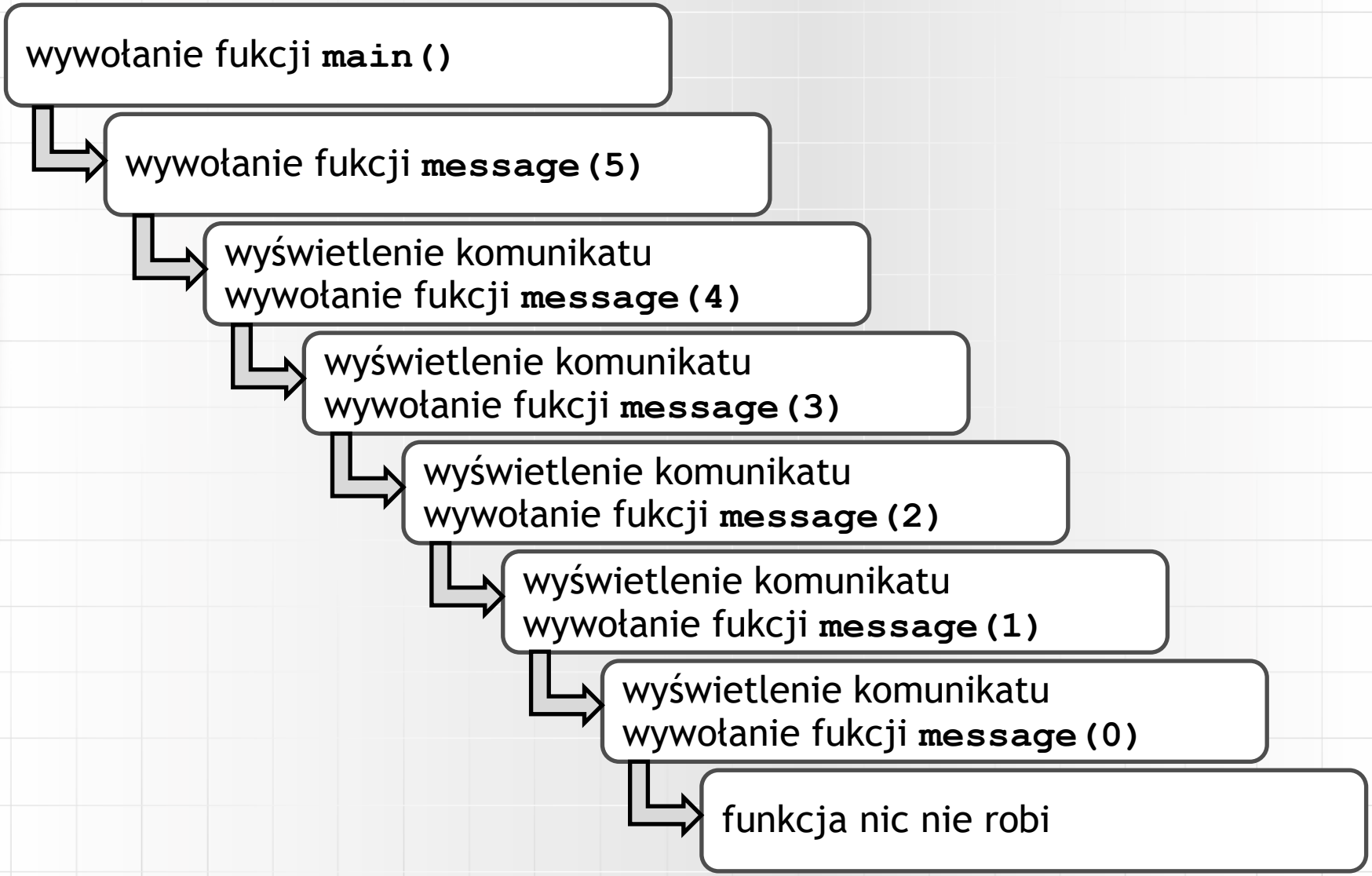
```
To jest funkcja rekurencyjna
To jest funkcja rekurencyjna
To jest funkcja rekurencyjna
To jest funkcja rekurencyjna
To jest funkcja rekurencyjna
>>>
```

```
def message(times):
    if times > 0:
        print('To jest funkcja rekurencyjna')
        message(times - 1)

main()
```

Politechnika Wrocławska

Funkcje rekurencyjne



Politechnika Wrocławska

Funkcje rekurencyjne

recursion_02.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przykładową funkcję rekurencyjną.

def main():
    message(5)

#I :liczba całkowita określająca liczbę
#   wywołań rekurencyjnych
#P :jeśli liczba wywołań jest dodatnia
#       wyświetl informację
#       wywołaj rekurencyjnie funkcję message()
#           z liczbę wywołań mniejszą o jeden
#O :brak
def message(times):
    if times > 0:
        print('Wartość parametru times', times)
        message(times - 1)

main()
```

Politechnika Wrocławska

Funkcje rekurencyjne

recursion_02.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przykładową funkcję rekurencyjną.

def main():
    message(5)
```

```
Wartość parametru times 5
Wartość parametru times 4
Wartość parametru times 3
Wartość parametru times 2
Wartość parametru times 1
>>>
```

```
def message(times):
    if times > 0:
        print('Wartość parametru times', times)
        message(times - 1)

main()
```

Politechnika Wrocławska

Funkcje rekurencyjne

recursion_03.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przykładową funkcję rekurencyjną.

def main():
    message(5)

#I :liczba całkowita określająca liczbę wywołań
#   rekurencyjnych
#P :jeśli liczba wywołań jest dodatnia
#       wywołaj rekurencyjnie funkcję message()
#           z liczbę wywołań mniejszą o jeden
#       wyświetl informację
#O :brak
def message(times):
    if times > 0:
        #zmieniona kolejność instrukcji
        message(times - 1)
        print('Wartość parametru times', times)

main()
```

Funkcje rekurencyjne

recursion_03.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program pokazuje przykładową funkcję rekurencyjną.

def main():
    message(5)
```

```
Wartość parametru times 1
Wartość parametru times 2
Wartość parametru times 3
Wartość parametru times 4
Wartość parametru times 5
>>>
```

```
    if times > 0:
        #zmieniona kolejność instrukcji
        message(times - 1)
        print('Wartość parametru times', times)

main()
```

Politechnika Wrocławska

Funkcje rekurencyjne

Silnia

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$$

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{dla } n = 0, \\ n \cdot (n-1)! & \text{dla } n > 0. \end{cases}$$

Funkcje rekurencyjne

Silnia

factorial.py

File Edit Format Run Options Window Help

```
#Program demonstruje działanie funkcji factorial
#obliczającej wartość silni rekurencyjnie

def main():
    print('5! =',factorial(5))

#I :liczba całkowita n
#P :oblicz silnię liczby n jako iloczyn
#   n * silnia (n-1) (jeśli n jest różne od zera)
#   dla zera - warunek stopu
#   0! = 1
#O :silnia liczby n

def factorial(n):
    if n == 0:
        return 1
    else:
        return n*factorial(n-1)

main()
```

Politechnika Wrocławska

Algorytmy rekurencyjne

- Algorytm Euklidesa wyznaczania największego wspólnego dzielnika
- Potęgowanie rekurencyjne
- Wyznaczania elementów ciągu Fibonacciego

Algorytm Euklidesa

zakładając, że $m \leq n$

$$\mathrm{NWD}(m,n) = \begin{cases} n, & \text{dla } m = 0, \\ \mathrm{NWD}(n \bmod m, m), & \text{dla } m > 0. \end{cases}$$

Obliczanie potęgi

$$x^m = \begin{cases} x, & \text{dla } m = 1 \\ \left(x^{m/2}\right)^2, & m - \text{parzyste} \\ \left(x^{(m-1)/2}\right)^2 x, & m - \text{nieparzyste} \end{cases}$$

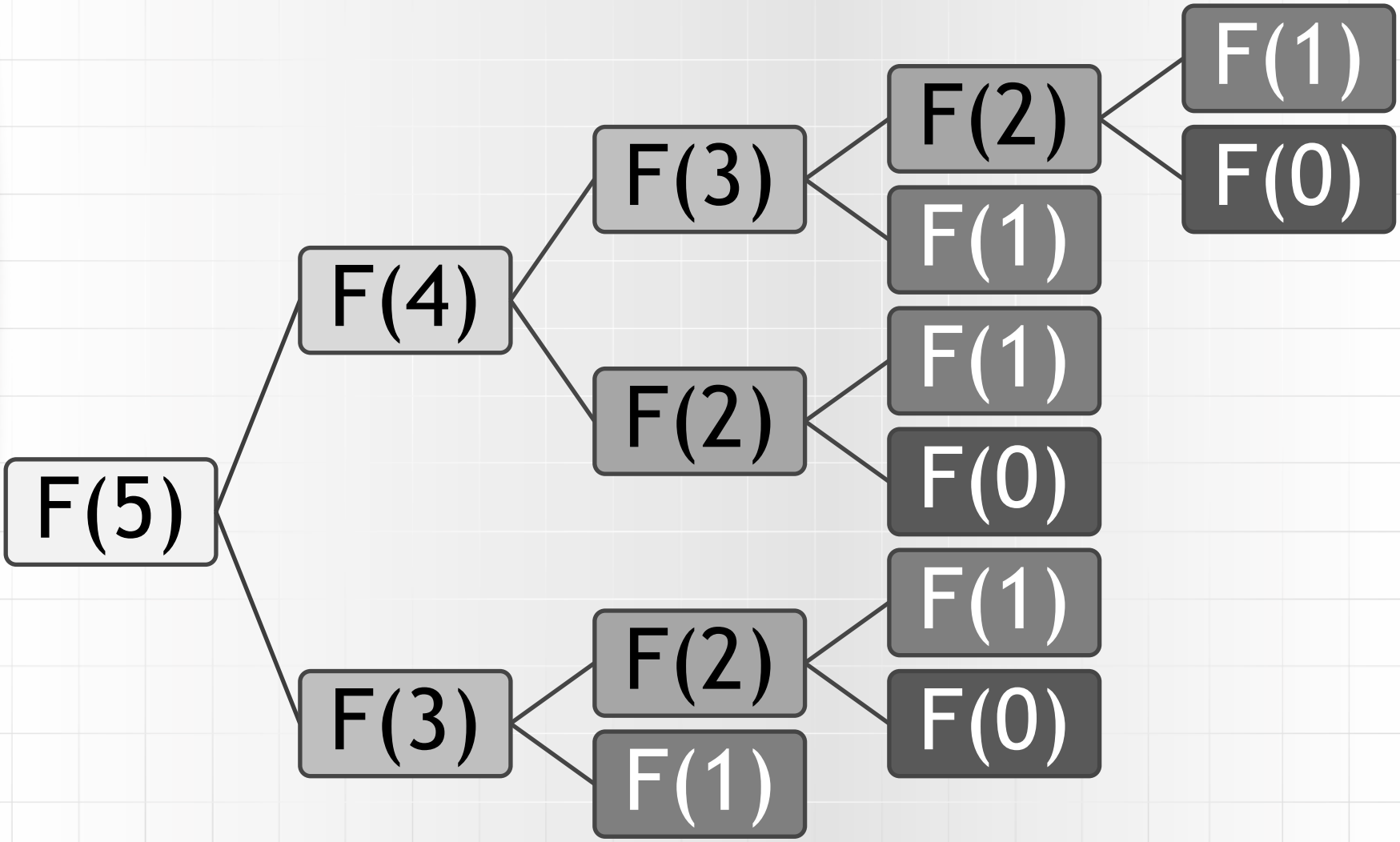
Politechnika Wrocławska

Ciąg Fibonacciego

$$F(n) = \begin{cases} 0 & \text{dla } n = 0, \\ 1 & \text{dla } n = 1, \\ F(n-1) + F(n-2) & \text{dla } n > 1. \end{cases}$$

Ciąg Fibonacciego

Wywołania rekurencyjne



Politechnika Wrocławska

Podsumowanie

- Co to jest algorytm?
- Co to jest program?
- Funkcje – powtórzenie
- Funkcje rekurencyjne