Metody numeryczne w fizyce

Laboratorium 7

1. Napisz funkcję, która oblicza przybliżenie pierwszej pochodnej na podstawie wartości funkcji znanych dla równoodległych argumentów oraz rozmiaru kroku siatki.
   Jakiej długości musi być wektor wartości funkcji? Jaka będzie długość wynikowego wektora?

2. Napisz funkcję, która oblicza przybliżenie drugiej pochodnej na podstawie wartości funkcji znanych dla równoodległych argumentów oraz rozmiaru kroku siatki.

3. Napisz funkcję, która oblicza przybliżenie pierwszej pochodnej na podstawie wartości funkcji znanych dla wskazanych argumentów. Punkty węzłowe nie muszą być równoodległe.

4. Napisz funkcję, która oblicza przybliżenie drugiej pochodnej na podstawie wartości funkcji znanych dla wskazanych argumentów. Punkty węzłowe nie muszą być równoodległe.

Znając zależność współczynnika załamania od długości fali $n(\lambda)$, można obliczać zależność grupowego współczynnika załamania od długości fali

$$N = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda},$$

oraz dyspersji chromatycznej

$$D = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}.$$

5. Wykorzystując funkcje zaimplementowane w zadaniach 1 i 2, opracuj wykresy: grupowych współczynników załamania w funkcji długości fali oraz dyspersji chromatycznej dla szkła krzemionkowego oraz szkła germanowego. Oblicz przybliżone wartości pochodnych wykorzystując dane otrzymane w zad. 5 listy 6.
   Sprawdź, jak uzyskiwane wyniki zależą od wybranego rodzaju interpolacji? Czy uzyskane zależności są wiarygodne?

6. Wykorzystując funkcje zaimplementowane w zadaniach 3 i 4, opracuj wykresy: grupowych współczynników załamania w funkcji długości fali oraz dyspersji chromatycznej dla szkła krzemionkowego oraz szkła germanowego. Oblicz przybliżone wartości pochodnych wykorzystując dane zawarte w pliku **`mnf_l07.mat`**.
   Zwróć uwagę, że argumenty funkcji nie są równoodległe.

7. Zaimplementuj funkcję obliczającą przybliżoną wartość całki na podstawie wartości funkcji znanych dla wskazanych argumentów z wykorzystaniem wzoru trapezów. Porównaj uzyskiwane wyniki, z wynikami zwracanymi przez funkcję **`trapz`**.

Okres drgań wahadła matematycznego w funkcji amplitudy drgań wyraża się następująco:

$$T = 4\sqrt{\frac{L}{g}}\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\frac{\theta}{2}\sin^2\varphi}}d\varphi,$$

gdzie:

- T – okres drgań,
- L – długość wahadła,
- g – przyspieszenie ziemskie,
- θ – amplituda kątowa drgań.

Całkę tą, zapisaną w następującej postaci:

$$K(x) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2\sin^2\varphi}}d\varphi,$$

nazywa się zupełną całką eliptyczną pierwszego rodzaju.

8. Oblicz zależność całki od amplitudy drgań trzema sposobami i porównaj uzyskiwane wyniki:
   a. wygeneruj tablicę wartości funkcji podcałkowej (wartości zależą od φ oraz θ), a następnie wykorzystując funkcję **`trapz`** oblicz wartości całek;
   b. oblicz wartości całek, dla wybranych wartości amplitud wykorzystując funkcję **`integral`**,
   c. oblicz wartości całki, wykorzystując funkcję **`ellipke`**.

   W podpunktach a. oraz c. nie używaj pętli **`for`**.

   Wskazówka: przy tworzeniu tablicy w podpunkcie a. przydatna będzie funkcja **`meshgrid`**.

Karol Tarnowski

Wrocław, 2021