

Wstęp do programowania

INP001213Wcl

rok akademicki 2018/19

semestr zimowy

Wykład 5

Karol Tarnowski

karol.tarnowski@pwr.edu.pl

A-1 p. 411B



Plan prezentacji

- Algorytm Euklidesa
- Liczby pierwsze i złożone
- Metody numeryczne - wyznaczanie pierwiastka kwadratowego

Na podstawie:

- M. M. Sysło, *Algorytmy*
- G. Perry, D. Miller, *Język C Programowanie dla początkujących*



Algorytm Euklidesa

- Dane: dwie nieujemne liczby całkowite m i n , $m \leq n$.
- Wynik: liczba k będąca największym wspólnym dzielnikiem obu liczb, $k = \text{NWD}(m, n)$



Algorytm Euklidesa

- Załóżmy, że $n \geq m$

$$n = qm + r, \text{ gdzie } 0 \leq r < m$$

- Jeśli $r = 0$, to $\text{NWD}(m, n) = m$.

$$r = n - qm$$

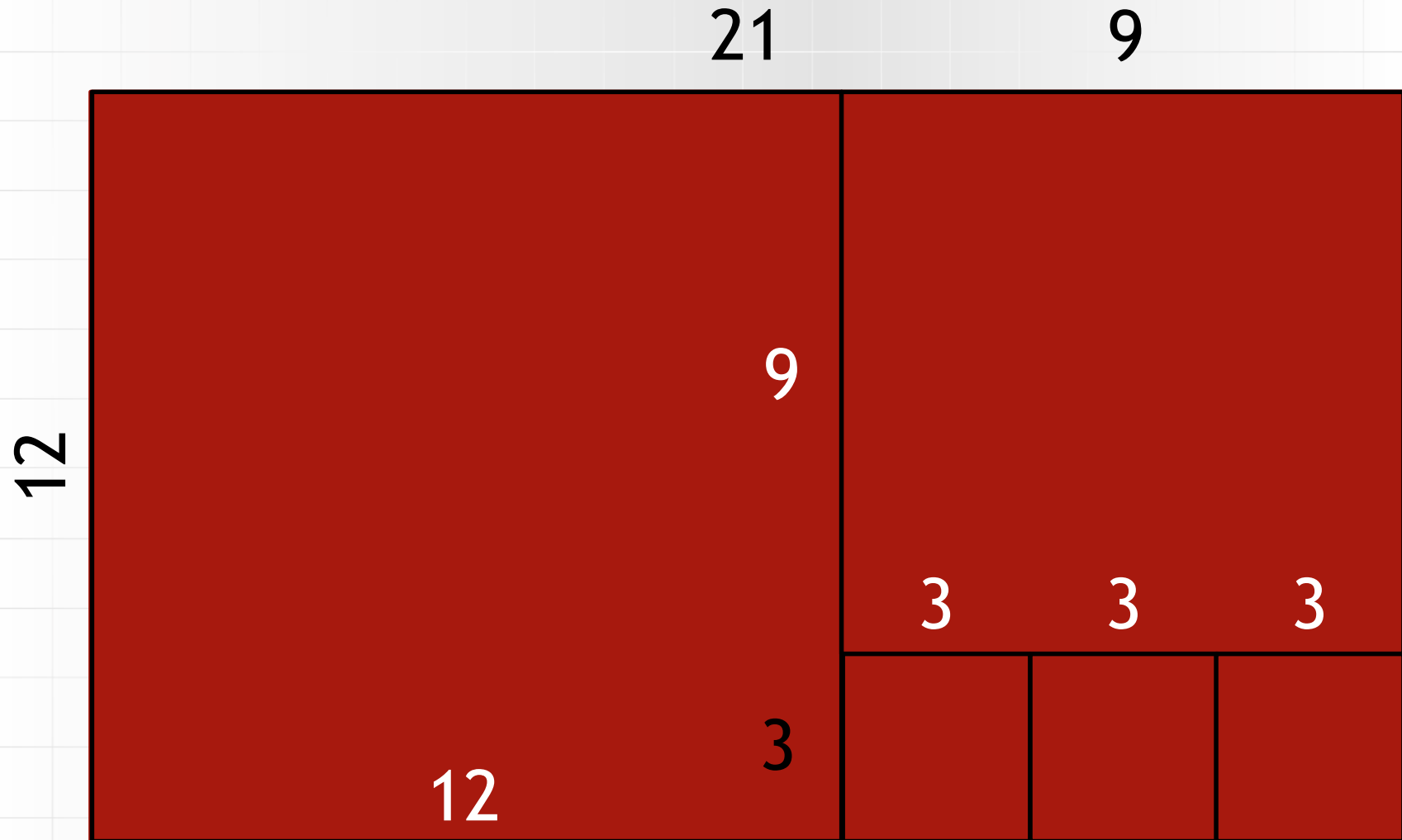
- Jeśli $r \neq 0$, to $\text{NWD}(n, m) = \text{NWD}(m, r)$, bo każdy dzielnik n oraz m dzieli też r .



Algorytm Euklidesa

- Jeśli $r \neq 0$, to $\text{NWD}(n, m) = \text{NWD}(m, r)$, bo każdy dzielnik n oraz m dzieli też r .
- Jednocześnie $r < m$, zatem drugi argument maleje. Generowany ciąg musi być zatem skończony, ponieważ obliczenia prowadzone są na liczbach naturalnych.

Algorytm Euklidesa





Algorytm Euklidesa

- Dane: dwie nieujemne liczby całkowite m i n , $m \leq n$.
 - Wynik: liczba k będąca największym wspólnym dzielnikiem obu liczb, $k = \text{NWD}(m, n)$
1. Jeśli $m = 0$, to n jest szukanym dzielnikiem. Zakończ algorytm.
 2. $r := n \bmod m$, $n := m$, $m := r$. Wróć do kroku 1.



Algorytm Euklidesa

- Istnieje również wersja algorytmu z odejmowaniem



Algorytm Euklidesa

- Najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych m i n nazywamy najmniejszą liczbę naturalną, która dzieli się przez m oraz n .

$$\text{NWW}(m, n) = \frac{mn}{\text{NWD}(m, n)} = m \frac{n}{\text{NWD}(m, n)}$$



Liczby pierwsze i złożone

- Liczba pierwsza - liczba naturalna większa od 1, która ma dokładnie dwa dzielniki naturalne: jedynkę i samą siebie.
- Liczba złożona - liczba naturalna większa od 1, która nie jest pierwsza.



Liczby pierwsze i złożone

- Czy dana liczba n jest liczbą pierwszą?
 - Podać jej rozkład na czynniki pierwsze.
- Znaleźć wszystkie liczby pierwsze w wybranym przedziale.

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3		5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3		5		7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3		5		7		9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3		5		7		9	
11		13		15		17		19	
21		23		25		27		29	
31		33		35		37		39	
41		43		45		47		49	
51		53		55		57		59	
61		63		65		67		69	
71		73		75		77		79	
81		83		85		87		89	
91		93		95		97		99	

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3		5		7		9	
11		13		15		17		19	
21		23		25		27		29	
31		33		35		37		39	
41		43		45		47		49	
51		53		55		57		59	
61		63		65		67		69	
71		73		75		77		79	
81		83		85		87		89	
91		93		95		97		99	

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3		5		7		9	
11		13		15		17		19	
21		23		25		27		29	
31		33		35		37		39	
41		43		45		47		49	
51		53		55		57		59	
61		63		65		67		69	
71		73		75		77		79	
81		83		85		87		89	
91		93		95		97		99	

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3		5		7		9	
11		13		15		17		19	
21		23		25		27		29	
31		33		35		37		39	
41		43		45		47		49	
51		53		55		57		59	
61		63		65		67		69	
71		73		75		77		79	
81		83		85		87		89	
91		93		95		97		99	

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3		5		7		9	
11		13		15		17		19	
21		23		25		27		29	
31		33		35		37		39	
41		43		45		47		49	
51		53		55		57		59	
61		63		65		67		69	
71		73		75		77		79	
81		83		85		87		89	
91		93		95		97		99	

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3		5		7		9	
11		13		15		17		19	
21		23		25		27		29	
31		33		35		37		39	
41		43		45		47		49	
51		53		55		57		59	
61		63		65		67		69	
71		73		75		77		79	
81		83		85		87		89	
91		93		95		97		99	

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3		5		7		9	
11		13		15		17		19	
21		23		25		27		29	
31		33		35		37		39	
41		43		45		47		49	
51		53		55		57		59	
61		63		65		67		69	
71		73		75		77		79	
81		83		85		87		89	
91		93		95		97		99	

Liczby pierwsze i złożone

Sito Eratostenesa

	2	3		5		7		9	
11		13		15		17		19	
21		23		25		27		29	
31		33		35		37		39	
41		43		45		47		49	
51		53		55		57		59	
61		63		65		67		69	
71		73		75		77		79	
81		83		85		87		89	
91		93		95		97		99	



Metody numeryczne - wyznaczanie pierwiastka kwadratowego

- Rozwiązywanie numeryczne - znajdowanie numeryczne przybliżonego rozwiązania
- Przykładowy problem: wyznaczanie pierwiastka kwadratowego liczby

Metody numeryczne - wyznaczanie pierwiastka kwadratowego

$$x_{i+1} = \frac{1}{2} \left(x_i + \frac{a}{x_i} \right)$$

$$4 = 4 \times 1$$

$$\frac{1}{2}(4 + 1) = 2,5$$



Metody numeryczne - wyznaczanie pierwiastka kwadratowego

$$x_{i+1} = \frac{1}{2} \left(x_i + \frac{a}{x_i} \right)$$

$$4 = 2,5 \times 1,6$$

$$\frac{1}{2}(2,5 + 1,6) = 2,05$$

Metody numeryczne - wyznaczanie pierwiastka kwadratowego

$$x_{i+1} = \frac{1}{2} \left(x_i + \frac{a}{x_i} \right)$$



$4 = 2 \times 2$

2.5

Metody numeryczne - wyznaczanie pierwiastka kwadratowego

- Warunki stopu:
 - wykonano maksymalną liczbę iteracji
 - dwa kolejne przybliżenia leżą dostatecznie blisko siebie

$$|x_{i+1} - x_i| \leq \varepsilon$$

- uzyskane przybliżenie jest dostatecznie dobre

$$|a - x_i x_i| \leq \varepsilon$$



Podsumowanie

- Algorytmy iteracyjne działające aż do spełnienia wskazanego warunku
- W przypadku obliczeń numerycznych zwiększenie dokładności przybliżenia wymaga zwiększenia liczby iteracji